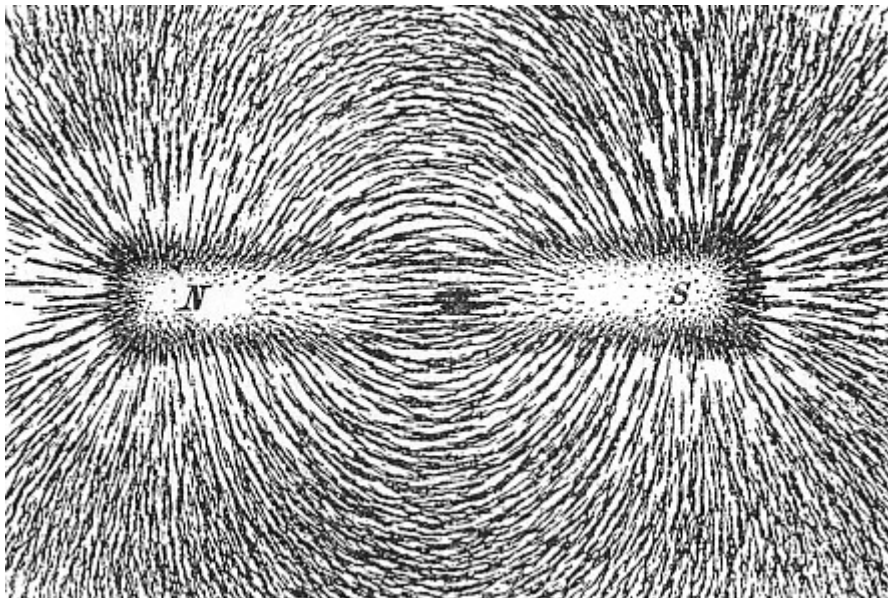


ELECTROMAGNETISMO

500 años antes de nuestra era, en Grecia y en China se hace referencia a un material capaz de atraer al hierro. se trata de la magnetita, un óxido de hierro. Hacia el siglo XII se comprobó que un trozo de este material se orientaba para marcar el norte geográfico de la Tierra, con lo que nacieron las primeras brújulas. Las barras de magnetita se llaman imanes, y se comprobaron los siguientes efectos:

1. Los extremos atraen al metal con mayor fuerza, por lo que recibieron el nombre de polos Norte y Sur
2. Polos opuestos se atraen, mientras que polos iguales se repelen
3. Al partir una barra, cada trozo vuelve a tener dos polos

Un imán tiene una zona de influencia a su alrededor, que se puede comprobar cuando se colocan limaduras de hierro en las proximidades del mismo.



Estas zonas o regiones del espacio en la que se dejan notar los efectos de una masa, una carga o un imán, en Física se denominan **campos**, y se representan mediante vectores que indican el sentido y la magnitud de la fuerza que se ejercería sobre otro objeto de prueba. Los tres campos fundamentales son:

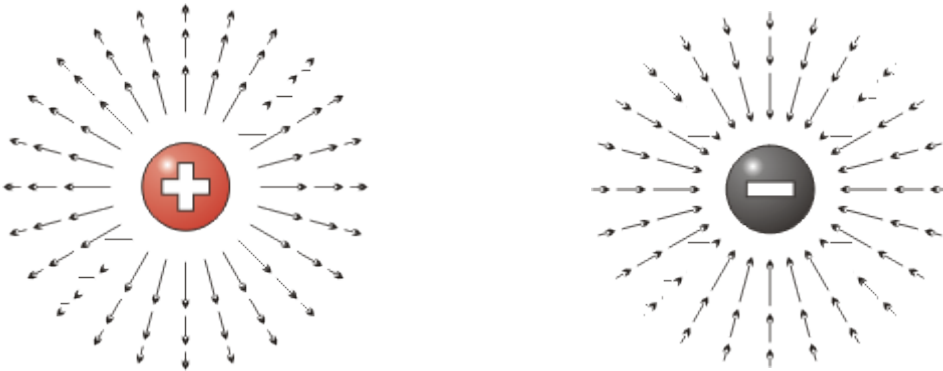
Campo gravitatorio:



En cada punto del espacio, la fuerza que sufre una masa de prueba siempre está orientada hacia la masa generadora del campo, y tiene un valor:

$$\text{Campo gravitatorio} = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

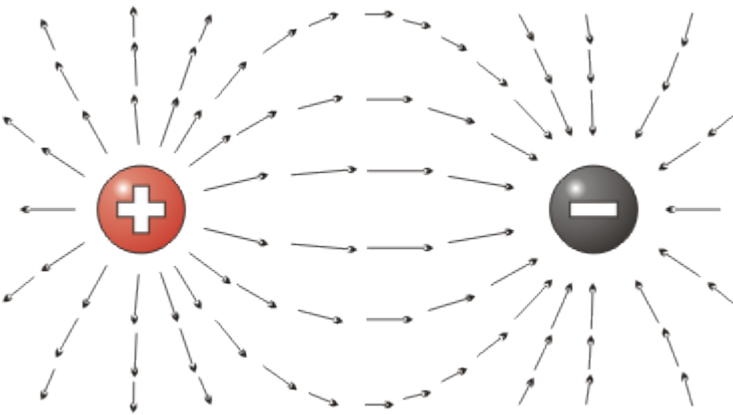
Campo eléctrico (de una carga o de un sistema de cargas)



Una carga positiva genera una fuerza de repulsión sobre la carga positiva de prueba, de un valor:

$$\text{Campo eléctrico} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

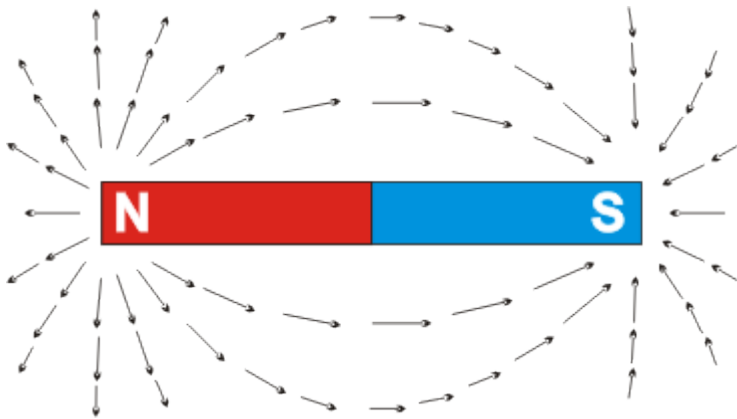
Para una carga negativa, la fuerza sobre la carga de prueba es de atracción. Ésto se puede interpretar como que el valor del campo se ve afectado por el signo negativo de la carga.



Cuando hay varias cargas, hay que analizar la suma vectorial de atracciones y repulsiones sobre la carga de prueba. Los valores no son calculables de forma sencilla, pero para un sistema formado por una carga positiva y otra negativa, las líneas de campo eléctrico tienen la distribución del dibujo.

A este sistema formado por una carga positiva y otra negativa se le denomina **dipolo** eléctrico.

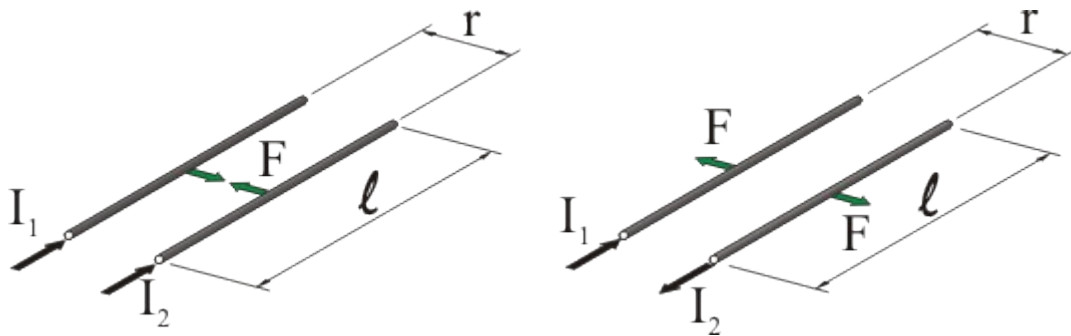
Campo magnético:



En el caso de un imán, cada vector indica la orientación de un imán de prueba. Las líneas de campo son muy parecidas a las que se obtienen en un dipolo eléctrico.

El conocimiento del magnetismo se mantuvo limitado a los imanes, hasta que en 1820, Hans Christian Ørsted profesor de la Universidad de Copenhage, descubrió que un hilo conductor sobre el que circulaba una corriente ejercía una perturbación magnética a su alrededor, que llegaba a poder mover una aguja magnética situada en ese entorno. La aguja se colocaba siempre perpendicular al cable, lo que demuestra que las líneas de campo magnético son circunferencias perpendiculares al cable:

Posteriormente, André-Marie Ampère descubrió que dos conductores paralelos sufrían una fuerza de atracción si la corriente que pasa por ellos tiene el mismo sentido, pero la fuerza es de repulsión si los sentidos de las corrientes son opuestos:



La fuerza que se ejerce sobre una longitud dada del segundo cable es mayor cuanto más larga es la longitud considerada, cuanto mayores son las intensidades y cuanto menor es la separación entre los cables. Matemáticamente:

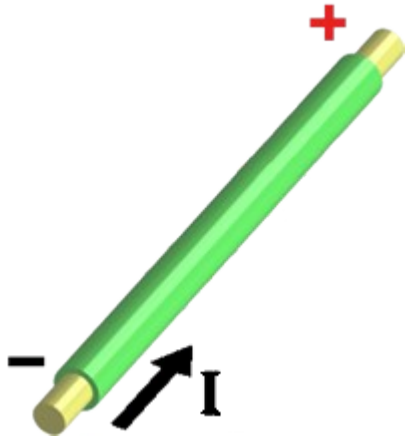
$$F = k \cdot \ell \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{r}$$

Por lo tanto, los valores que dependen de I_1 constituyen el valor de la densidad de campo magnético, o simplemente campo magnético, creado por esa corriente, lo cual constituye la Ley de Ampère:

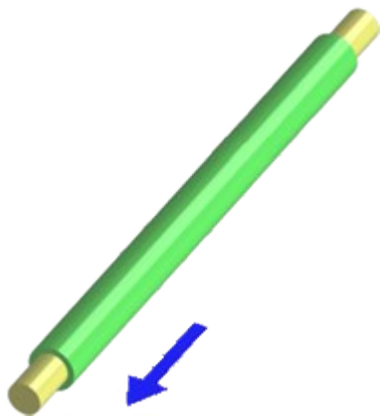
$$B = k \cdot \frac{I_1}{r}$$

La densidad de campo magnético, B , se mide en una unidad del Sistema Internacional llamada Tesla (T), pero ésta es una medida muy grande y se suele usar el Gauss (G), que equivale a 10^{-4} T.

Las líneas de campo magnético describen circunferencias perpendiculares a la dirección de la corriente, cuyo sentido viene dado por la regla de la mano derecha, teniendo en cuenta que la intensidad es la circulación de electrones (cargas negativas), es decir, el sentido de la corriente debe ser invertido. Aunque parece complicado, el proceso es sencillo:



movimiento real de los electrones se realiza desde el polo negativo hacia el polo positivo

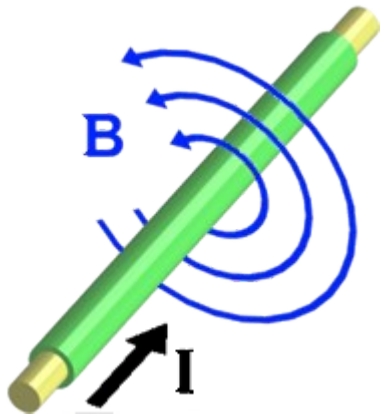


Como son cargas negativas, se invierte la intensidad real



derecha

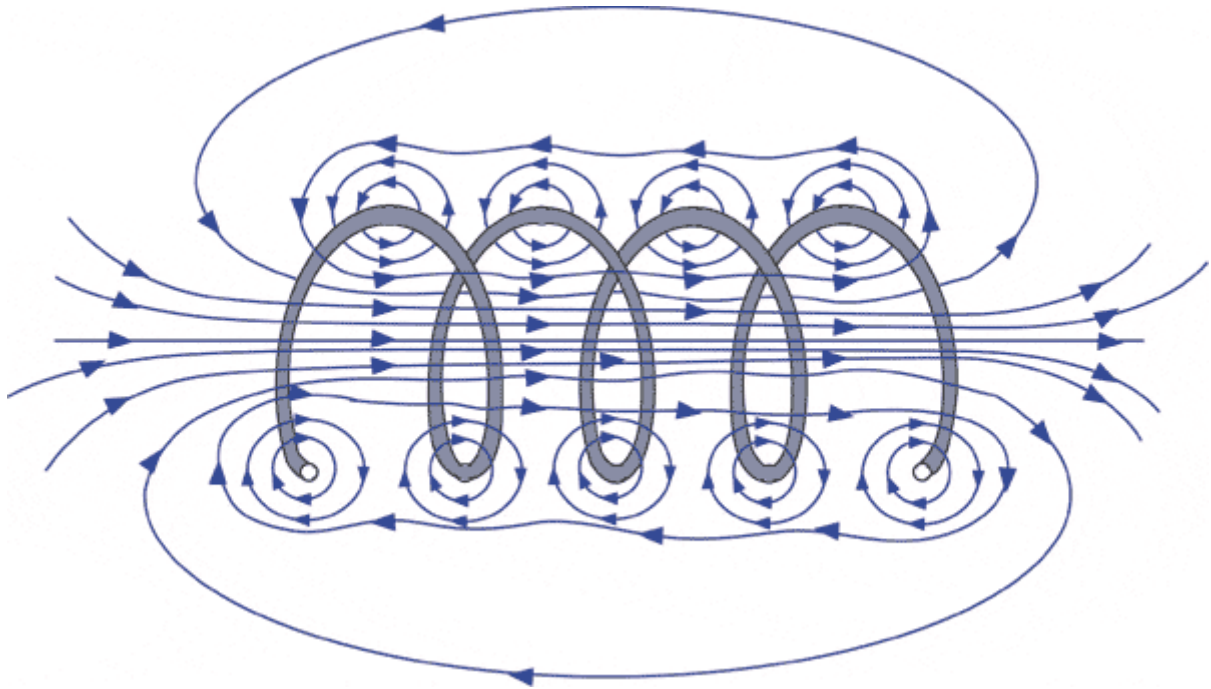
Con esa intensidad invertida se aplica la regla de la mano



campo magnético

El sentido de los dedos indica el sentido de rotación del

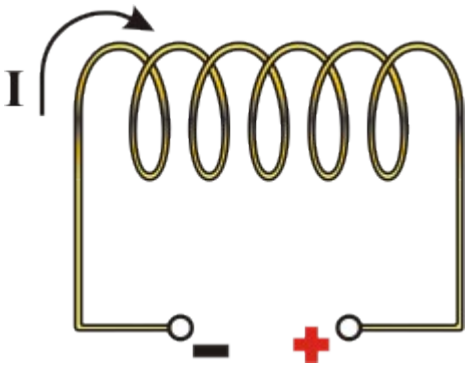
Este campo magnético en círculos tiene pocas aplicaciones prácticas. Es más común enrollar el cable conductor para formar espiras, con lo cual se obtiene unas líneas de campo idénticas a las de un imán natural. Se trata de los electroimanes, también llamados bobinas y solenoides:



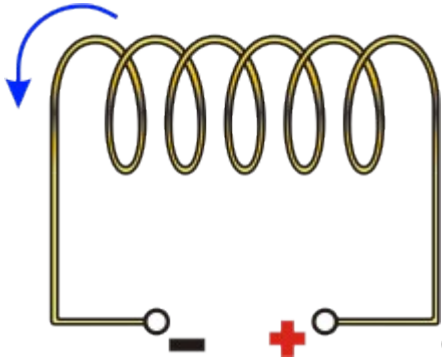
El campo magnético en los extremos del electroimán viene dado por la expresión:

$$B = k \cdot \frac{I \cdot N}{D}$$

donde D es el diámetro de la bobina, N el número de espiras, I la intensidad eléctrica y la constante k tiene el valor: $k = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$. El sentido del campo viene nuevamente determinado por la regla de la mano derecha, con la consabida inversión previa de la corriente eléctrica:



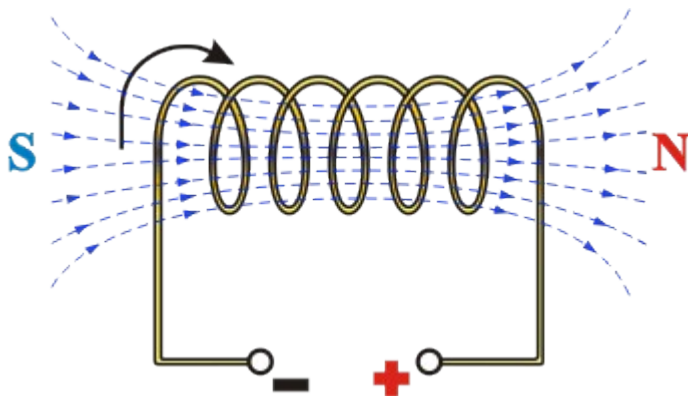
El movimiento real de los electrones se realiza desde el polo negativo hacia el polo positivo



Como son cargas negativas, se invierte la intensidad real



Con esa intensidad invertida se aplica la regla de la mano derecha, pero con los dedos siguiendo a la intensidad

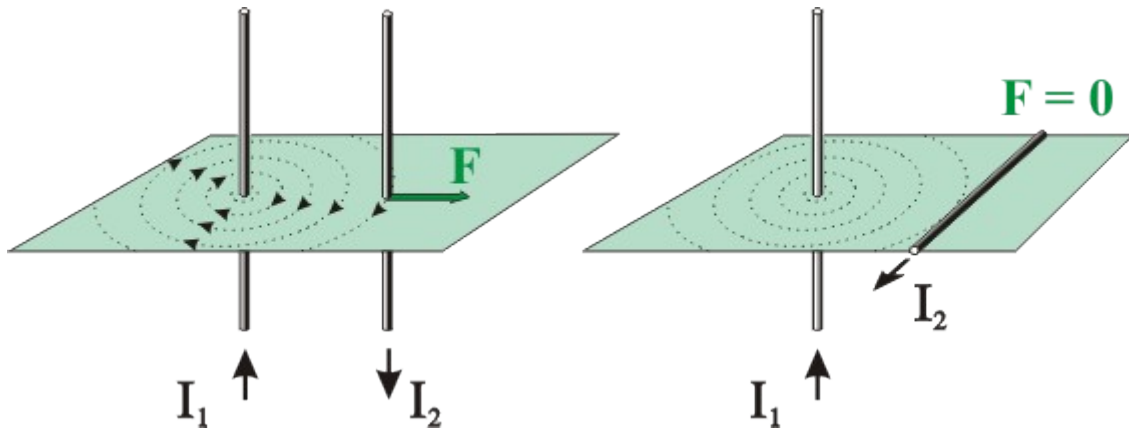


El sentido del pulgar indica el polo Norte, y por tanto, el sentido del campo magetico.

El sentido del pulgar indica el polo Norte,

FUERZA DE LORENTZ

Siguiendo con el estudio de la fuerza entre dos cables conductores, Ampère observó que la fuerza de atracción o repulsión era máxima cuando el segundo conductor era perpendicular al plano de los círculos del campo magnético. Al inclinar el cable, la fuerza se reducía con una variación senoidal hasta hacerse nula cuando el ángulo es cero:



La conclusión es clara: la expresión de la fuerza está afectada por el seno del ángulo que forma la intensidad con el vector campo magnético:

$$F = \ell \cdot I_2 \cdot B \cdot \text{sen } \alpha$$

expresión que se puede escribir como un producto vectorial de los vectores I y B :

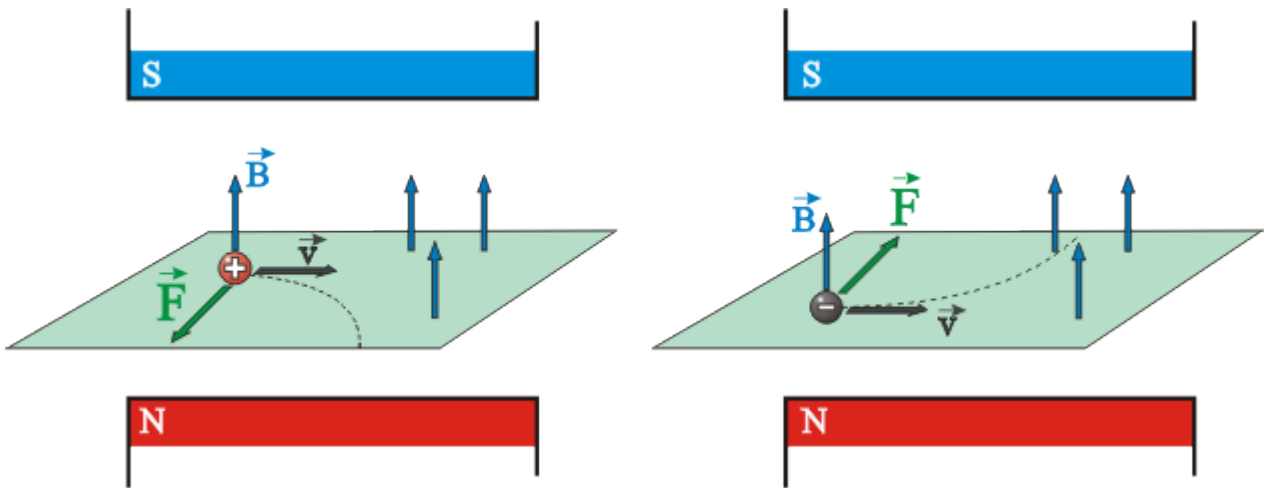
$$\vec{F} = \ell \cdot \vec{I}_2 \wedge \vec{B}$$

Pero para obtener el sentido correcto del vector F hay que tener en cuenta invertir la intensidad como consecuencia de que es una circulación de cargas negativas.

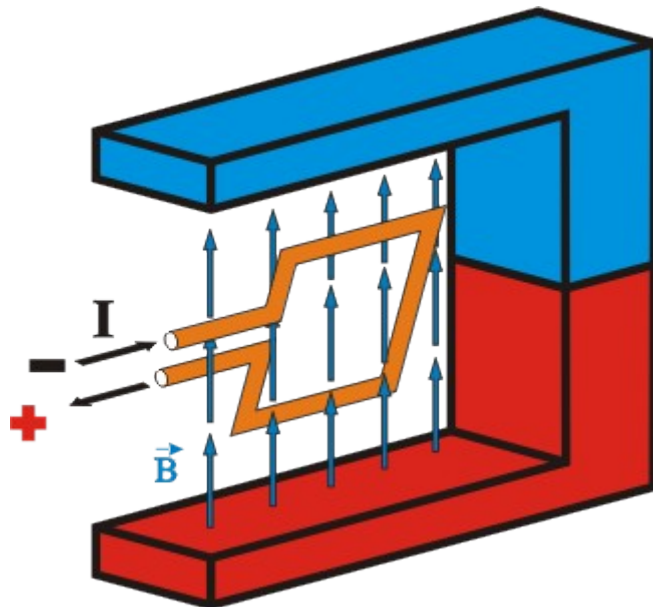
De forma similar, cuando hay una carga moviéndose en el seno de un campo magnético, aparece sobre ella una fuerza, conocida como fuerza de Lorentz. A partir de la expresión anterior, y teniendo en cuenta que $I=q/t$ y que $I/t=v$, se obtiene la expresión de esta fuerza de Lorentz:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$$

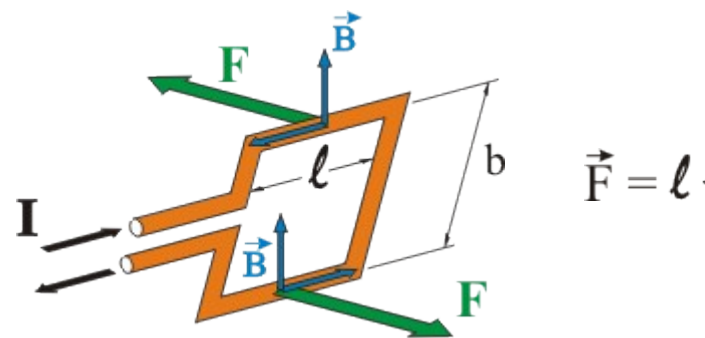
En el siguiente gráfico se puede comprobar la dirección y sentido de la fuerza sobre una carga positiva. Sobre una carga negativa hay que tener en cuenta que el signo negativo de la misma invierte el sentido del vector fuerza:



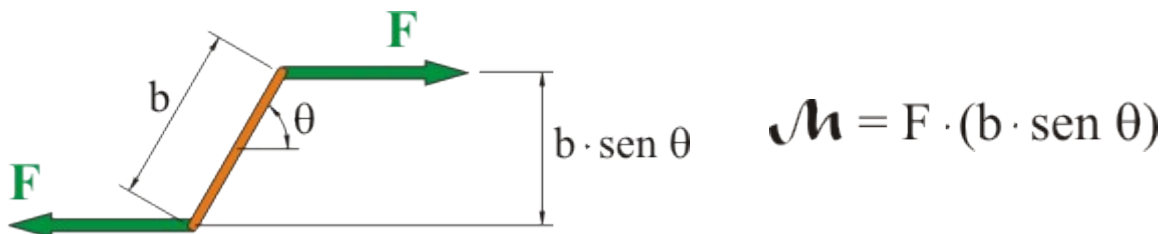
Esta fuerza se puede aprovechar para producir movimiento y, por ende, constituye el principio de los motores eléctricos. Ya sabemos de cursos anteriores que en el interior del motor hay uno o varios campos magnéticos, y una serie de conductores eléctricos formando espiras. Estudiando lo que pasa en una única espira dentro de un campo:



Aplicando la expresión de la fuerza sobre un conductor en un campo magnético, los cables superior e inferior de la espira tendremos las siguientes fuerzas:



que ejercen un momento de giro sobre la espira. Este momento viene dado por el producto de la fuerza por la distancia que separa ambas líneas de acción:



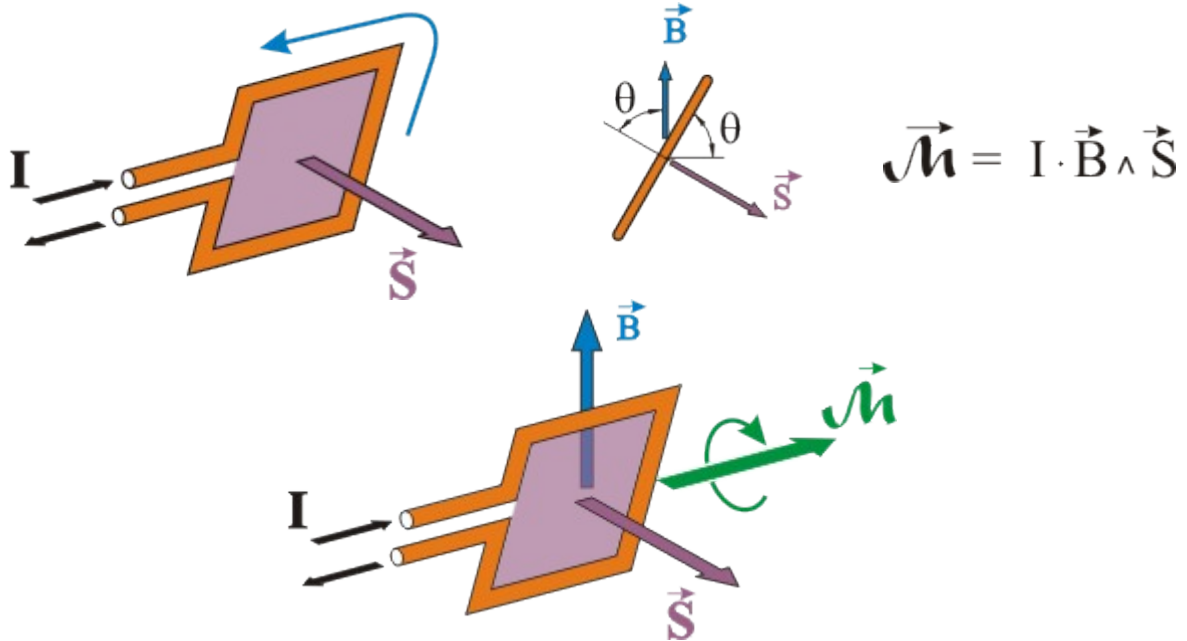
A continuación, se sustituye la fuerza por su valor, teniendo en cuenta que la intensidad y el campo magnético son siempre perpendiculares. Después se reorganizan los términos de la expresión:

$$\mathcal{M} = (\ell \cdot I \cdot B) \cdot (b \cdot \text{sen } \theta) = I \cdot B \cdot \ell \cdot b \cdot \text{sen } \theta$$

Ahora, el producto de la longitud de la espira por su anchura da como resultado la superficie de la misma. Con ésto se obtiene una expresión que es independiente de la forma de la espira, y sólo influye su superficie:

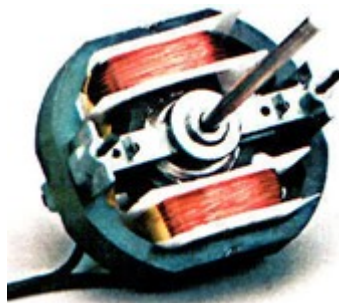
$$\mathcal{M} = I \cdot B \cdot S \cdot \text{sen } \theta$$

Y, ya para acabar, se transforma esta igualdad en un producto vectorial si se considera la superficie como un vector cuyo módulo es el valor de superficie, dirección perpendicular al plano de la espira y sentido definido por la regla de la mano derecha según el sentido de la intensidad, previamente invertida:



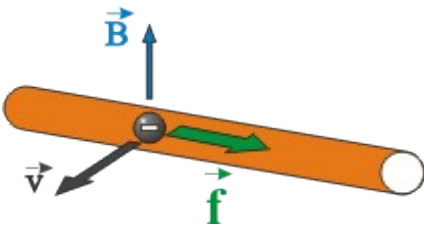
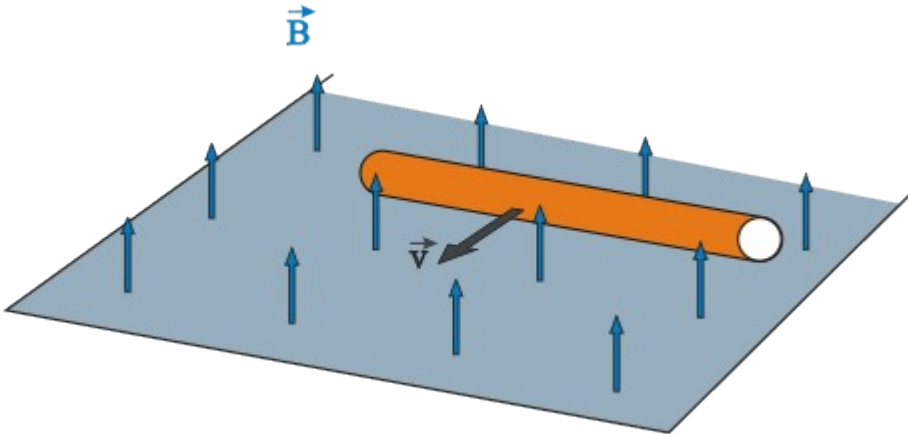
Con lo cual, además, tenemos la dirección del momento de giro como un vector, y nuevamente por la regla de la mano derecha este vector indica el sentido de giro. Cuando hay varias espiras, la expresión se multiplica por el número de las mismas:

$$\vec{\mathcal{M}} = N \cdot I \cdot \vec{B} \wedge \vec{S}$$



GENERADORES DE ELECTRICIDAD

Ya sabemos que una carga en movimiento dentro de un campo magnético sufre una fuerza. Los metales tienen una nube de electrones que se pueden desplazar por su interior; por tanto, si se desplaza un metal por el interior de un campo magnético, sus electrones sufrirán una fuerza que los impulsará:



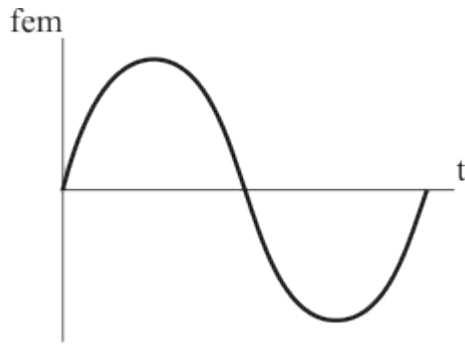
Esto significa que aparecerá un movimiento forzado de electrones en el metal, es decir, un voltaje o fuerza electromotriz, cuya expresión es la siguiente (para ver la demostración, pulsar [aquí](#)):

$$fem = - \frac{\Delta(\vec{B} \cdot \vec{S})}{\Delta t}$$

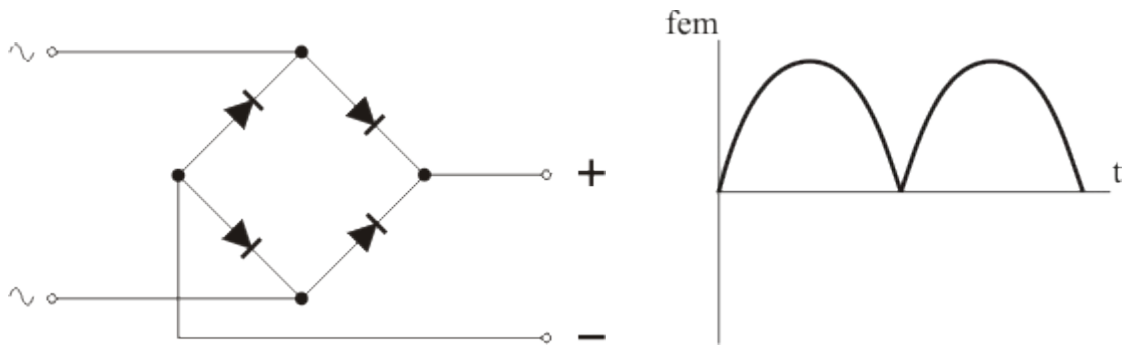
lo que significa que en un circuito se produce fem cuando hay variación en el valor del campo magnético, cuando varía la superficie, pero también cuando hay variación en el ángulo que forman ambos.

El signo negativo significa que la corriente creada tiende a oponerse a la variación. Estos dos razonamientos constituyen la ley de Faraday-Lenz:

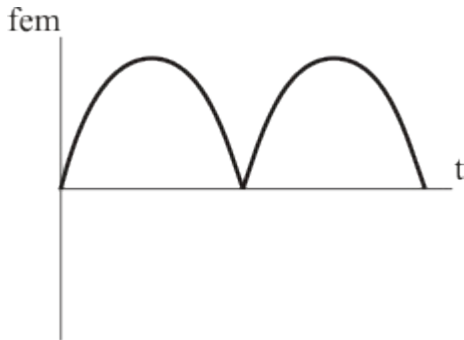
En los generadores eléctricos, las espiras se hacen girar en el interior de un campo magnético, con lo cual, el campo magnético es constante, pero el ángulo que forman varía. Por lo tanto, la corriente obtenida tiene una expresión senoidal cuando se toma de los extremos de la espira, normalmente uniendo estos extremos a anillos independientes. Es el caso de los **alternadores**:



Cuando se desea obtener corriente continua, se puede colocar a la salida del alternador un dispositivo a base de diodos, del cual se extraen los electrones siempre por el mismo conductor:



Otra posibilidad para obtener corriente continua es el uso de la **dinamo**, de constitución similar al alternador, pero los extremos de la espira acaban en semianillos con el fin de extraer los electrones siempre por el mismo cable. A la pieza formada por los anillos se le denomina colector:



En ambos casos, el valor del voltaje obtenido en cada conductor se obtiene (ver la demostración) por la expresión:

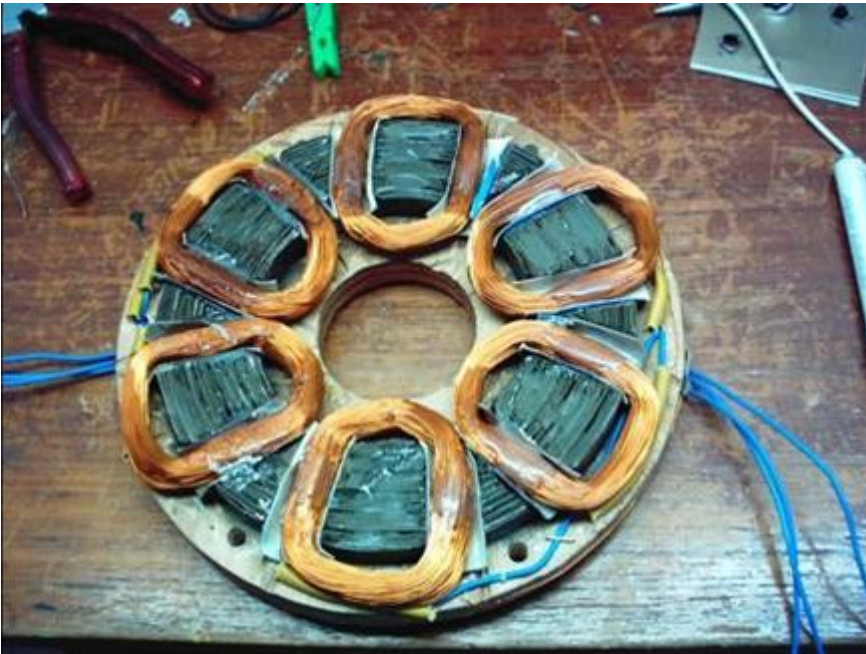
$$fem = \ell \cdot B \cdot v$$

Cuando se sustituye el valor de la velocidad por la velocidad de rotación n en r.p.m., tenemos:

$$fem = \ell \cdot B \cdot \omega \quad r = B \cdot (\ell \cdot r) \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot \Phi \cdot n$$

Y ya sólo faltaría multiplicar por el número de conductores activos que tiene el generador para obtener el voltaje que genera.

En un alternador monofásico existen dos bobinas enfrentadas que generan una corriente alterna. Si se completa la periferia con otros dos pares de bobinas se obtienen tres corrientes alternas llamadas R, S y T.



A este sistema de corrientes se le denomina trifásico, y con él se obtienen varias ventajas, entre ellas:

- Se mejora el rendimiento del generador.
- Con las tres corrientes siempre hay alguna que está "empujando" a los electrones.

Razones por las que la generación eléctrica y el transporte de energía se realizan siempre en este sistema, y las líneas de alta tensión tienen un número de cables múltiplo de tres.



CORRIENTE ALTERNA

Hasta ahora hemos trabajado casi siempre con corriente continua, en la cual los electrones salen siempre del polo negativo y se mueven siempre en el mismo sentido. Éste es el sentido real de la corriente, aunque es corriente utilizar el sentido convencional, en sentido opuesto.

Ya hemos visto que los alternadores generan otro tipo de corriente en el que los electrones alternan el sentido de su desplazamiento: es la corriente alterna.

El valor de voltaje obtenido es una función trigonométrica que se asocia con el seno. La expresión del voltaje instantáneo, es decir, en cada instante de tiempo es:

$$v(t) = V_{MAX} \cdot \text{sen} (2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$$

El valor de voltaje máximo se alcanza únicamente durante una fracción ínfima de tiempo. Cuando decimos que los enchufes tienen un voltaje de 220V, no nos referimos a que el valor máximo de voltaje sea 220V, sino a un concepto nuevo: el **voltaje eficaz**. Estos valores eficaces son el equivalente en corriente continua que desprendería la misma potencia que todo el ciclo de corriente alterna. Su valor viene dado por la expresión:

$$V_{EF} = \frac{V_{MAX}}{\sqrt{2}}$$

De igual forma se habla de intensidad instantánea y eficaz:

$$i(t) = I_{MAX} \cdot \text{sen} (2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) \qquad I_{EF} = \frac{I_{MAX}}{\sqrt{2}}$$

Cuando se aplica un voltaje alterno a una resistencia, se sigue cumpliendo la ley de Ohm, y además ambas magnitudes están en fase:

$$v(t) = V_{MAX} \cdot \text{sen} (2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) = V_{(0^\circ)}$$

$$i(t) = I_{MAX} \cdot \text{sen} (2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) = I_{(0^\circ)}$$

La expresión $V_{(0^\circ)}$ se denomina **notación fasorial**, y su uso es muy corriente por el siguiente motivo:

Algunos receptores almacenan energía e impiden que el movimiento de los electrones coincida con el impulso del generador. En estos casos, se dice que la intensidad se desfasa respecto al voltaje, y en la expresión de la intensidad se introduce un término, el desfase que ajusta su variación:

$$i(t) = I_{MAX} \cdot \text{sen} (2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi) = I_{(\varphi^\circ)}$$

en este caso se indica el valor de la intensidad I y el ángulo del desfase φ ; con estos dos valores no es necesario escribir toda la expresión. Los condensadores y las bobinas son receptores que desfasan la intensidad respecto al voltaje aplicado.

DESFASE PRODUCIDO POR UN CONDENSADOR

En corriente continua, un condensador se limita a almacenar electrones mientras está conectado a una pila. Cuando retiramos la pila, el condensador se queda cargado hasta que permitamos que las cargas se escapen. Es decir, funciona como una batería recargable.

En corriente alterna, el voltaje está constantemente cambiando su polaridad, y ésto se traduce en que el condensador se está cargando y descargando constantemente al ritmo de las variaciones del generador, por lo que la intensidad se ve afectada. Veamos en detalle qué es lo que ocurre.

En esta animación se puede comprobar que voltaje del generador y la intensidad están desfasadas. La intensidad está adelantada respecto al voltaje exactamente 90° , por lo que las expresiones de ambas son:

$$v(t) = V_{\text{MAX}} \cdot \text{sen} (2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) = V_{(0^\circ)}$$

$$i(t) = I_{\text{MAX}} \cdot \text{sen} (2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + 90^\circ) = I_{(90^\circ)}$$

Los valores del voltaje y la intensidad siguen estando relacionados por la ley de Ohm, pero en este caso se llama Ley de Ohm generalizada; al valor equivalente a la resistencia se le denomina **impedancia**, y para un condensador viene dado por la expresión:

$$V = I \cdot X_C \qquad X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

siendo f la frecuencia de la corriente alterna (en Europa 50Hz, en América 60 Hz) y C la capacidad del condensador en Faradios.

DESFASE PRODUCIDO POR UNA BOBINA

Las bobinas o solenoides almacenan energía en forma de campo magnético. Al conectar una corriente continua, la bobina retiene el paso de electrones hasta que se establece el campo magnético. Cuando se elimina la pila, la energía de este campo magnético continúa moviendo electrones, fenómeno llamado autoinducción.

La energía magnética que almacena una bobina durante su funcionamiento con corriente alterna provoca que la corriente esté desfasada respecto al voltaje:

En este caso, la intensidad está retrasada respecto al voltaje exactamente 90° , por lo que las expresiones de ambas son:

$$v(t) = V_{\text{MAX}} \cdot \text{sen} (2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) = V_{(0^\circ)}$$

$$i(t) = I_{\text{MAX}} \cdot \text{sen} (2 \cdot \pi \cdot f \cdot t - 90^\circ) = I_{(-90^\circ)}$$

Los valores del voltaje y la intensidad también están relacionados por la ley de Ohm generalizada, y el valor de impedancia de la bobina viene dado por la expresión:

$$V = I \cdot X_L \quad X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

siendo f la frecuencia de la corriente alterna y L el coeficiente de autoinducción de la bobina en Henrios.

ASOCIACIÓN DE IMPEDANCIAS

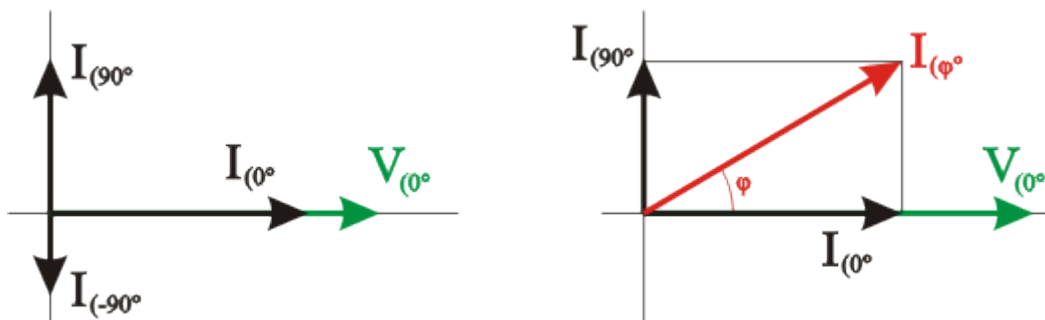
No existen ni resistencias, condensadores ni bobinas puras. Todos los elementos eléctricos tienen una componente resistiva pura y otra componente capacitiva o inductiva. Cuando se asocian las dos, se obtienen desfases que responden a ecuaciones del tipo:

$$v(t) = V_{MAX} \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) = V_{(0^\circ)}$$

$$i(t) = I_{MAX} \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi) = I_{(\varphi^\circ)}$$

REPRESENTACIÓN VECTORIAL

La notación fasorial es susceptible de una representación gráfica mediante vectores, donde el módulo sea el valor y el ángulo sea el desfase. De esta forma, la intensidad de elementos puramente resistivos se dibuja sobre el eje de abscisas, mientras que para elementos capacitivos o inductivos puros, las intensidades están sobre el eje de ordenadas. Cuando hay impedancias asociadas, el valor resultante es la suma vectorial de los distintos vectores.



Cuando se trata de calcular la potencia que consume un aparato en corriente alterna, hay que tener presente la notación fasorial. La potencia consumida viene dada por el producto del voltaje aplicado por la intensidad que circula, esté o no desfasada, y se denomina **potencia aparente**. La unidad empleada para la potencia aparente es el voltamperio (VA):

$$P_{APARENTE} = V_{(0^\circ)} \cdot I_{(\varphi^\circ)} = V \cdot I$$

De esta potencia consumida, únicamente la componente resistiva se transforma en potencia útil, por lo que se denomina **potencia activa**, y se calcula multiplicando la potencia aparente por $\cos \varphi$. A este $\cos \varphi$ se le denomina **factor de potencia f.d.p.** La potencia activa se mide en vatios (W).

$$P_{ACTIVA} = V \cdot I \cdot \cos \varphi$$

La componente capacitiva o inductiva se pierden en forma de campos eléctricos o magnéticos, al producto de $V(0^\circ)$ por $I(90^\circ)$ o de $V(0^\circ)$ por $I(-90^\circ)$ se le denomina **potencia reactiva**, y se mide en voltamperios reactivos (VAr).

$$P_{REACTIVA} = V \cdot I \cdot \text{sen} \varphi$$

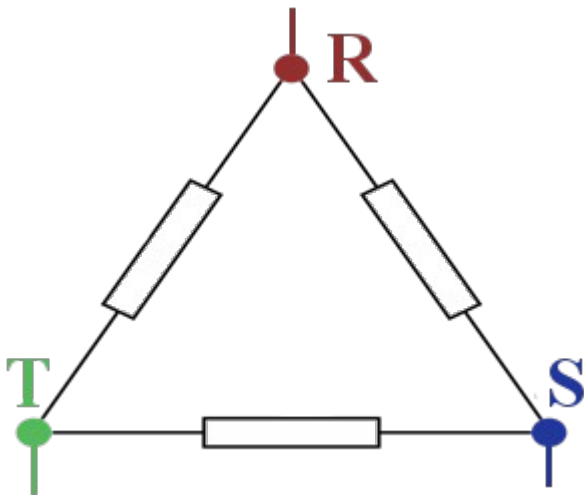
CORRIENTE TRIFÁSICA

Los sistemas trifásicos consisten en tener tres tensiones desfasadas 120° . Ya sabemos que con estos sistemas se mejora el rendimiento del generador. Los conductores neutros se suelen unir para ahorrar cableado, y los sistemas trifásicos tienen únicamente cuatro cables. Si, además, las cargas conectadas a las tres tensiones son idénticas, el vaivén de los electrones por cada cable se compensa con el de los otros cables, y no circula corriente por el conductor neutro, utilizando únicamente tres cables.

Precisamente por esta razón, los sistemas trifásicos disponen únicamente de tres conductores.



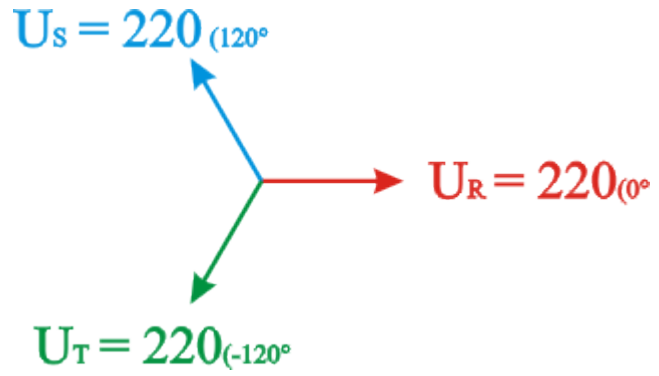
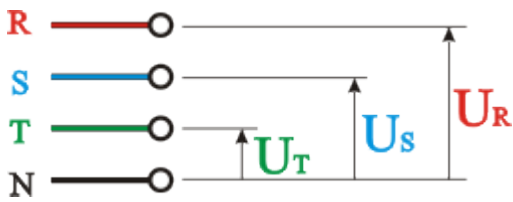
Además, tenemos otra ventaja importante: si se conecta un receptor entre los extremos de la bobina generadora estará sometido a una tensión U_R , U_S y U_T , pero si se conecta entre los extremos de dos bobinas generadoras diferentes, el voltaje U_{RS} , U_{ST} y U_{TR} es $\sqrt{3}$ veces mayor. Éste aumento de voltaje es debido a que cuando por un conductor la corriente es "empujada", en otro conductor es "absorbida", incrementando el voltaje neto.



Con la representación vectorial, la relación de valores se puede ver más claramente:

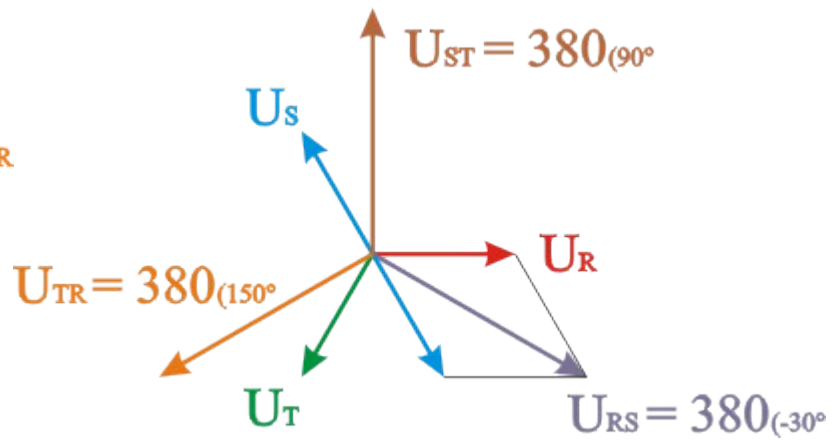
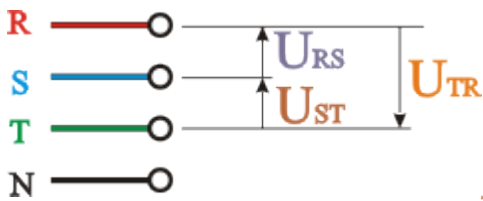
Conexión entre conductor y neutro

(conexión en estrella)



Conexión entre conductores

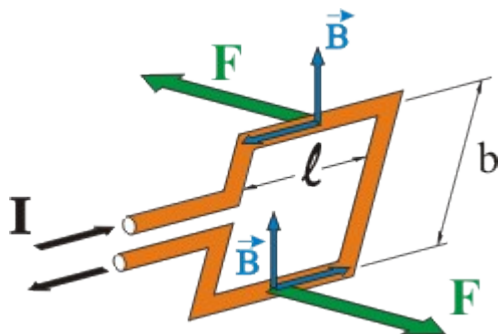
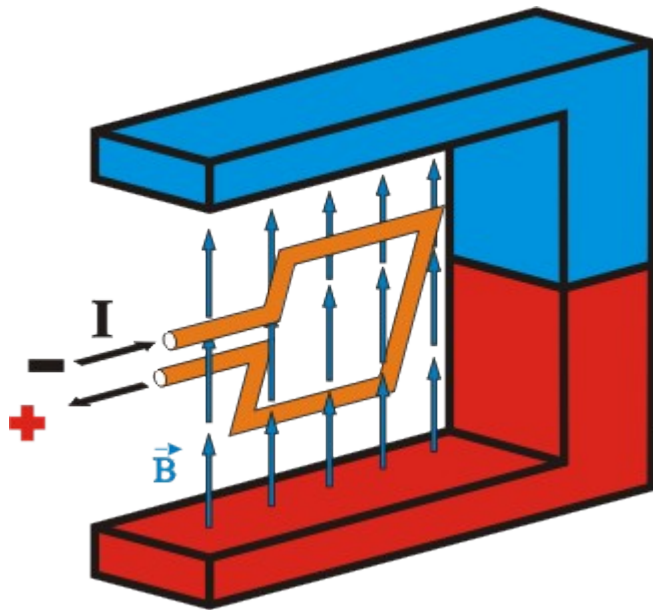
(conexión en triángulo)



Como los sistemas trifásicos sólo disponen de tres conductores, cuando se habla de voltaje en corriente trifásica, se está considerando la conexión entre conductores, y el voltaje se denomina voltaje entre las líneas o voltaje de línea

MOTORES DE CORRIENTE CONTINUA

El funcionamiento de todo motor se basa en la fuerza de Lorentz



$$\vec{F} = \ell \cdot \vec{I} \wedge \vec{B}$$

Para tener el momento de giro siempre en el mismo sentido, la corriente que se introduce a la espira debe entrar siempre por el mismo extremo. Ésto se consigue de forma idéntica a como se hacía con la dínamo, es decir, mediante un colector formado por delgas:

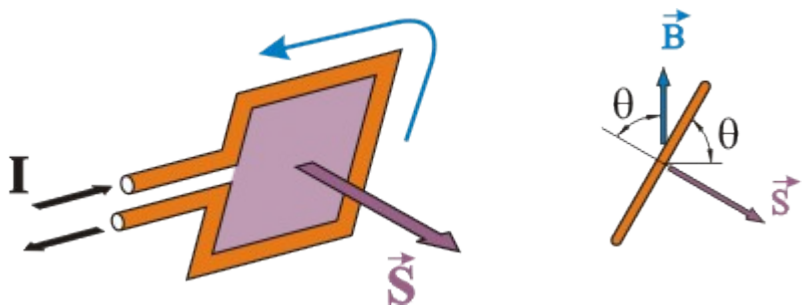
A este principio básico se aplican varias mejoras. La primera de ellas es instalar varios juegos de espiras para contar siempre con el momento máximo. De esta forma, los colectores están formados por varias delgas:

A esta parte giratoria se le denomina **rotor** o **inducido**.

La segunda variación es eliminar los imanes permanentes, que sólo se usan en motores de potencia mínima, e instalar electroimanes. A esta parte fija se le denomina **estátor**, **inductor** o **excitación**.



Ya vimos que el momento de giro en un instante dado viene dado por la expresión:



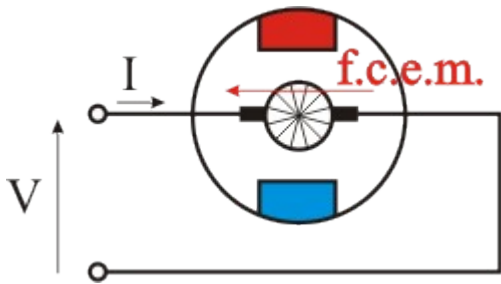
$$\vec{\mathcal{M}} = I \cdot \vec{B} \wedge \vec{S}$$

Cuando se calcula el momento resultante durante la vuelta completa de la espira se llega a una expresión que era de esperar. El momento es proporcional a la intensidad de corriente I y al flujo magnético $\Phi = B \cdot S$ de los imanes:

$$\mathcal{M} = k \cdot I \cdot \Phi$$

Por otra parte, el hecho de que un conductor se mueva por el interior de un campo magnético provoca en él una fuerza electromotriz que, en el caso de los motores, es un voltaje que se opone a la corriente que se le da. Por tanto, se llama **fuerza contraelectromotriz** o **f.c.e.m.** Esta f.c.e.m. viene dada por la expresión:

$$\text{f.c.e.m.} = k' \cdot \Phi \cdot n$$



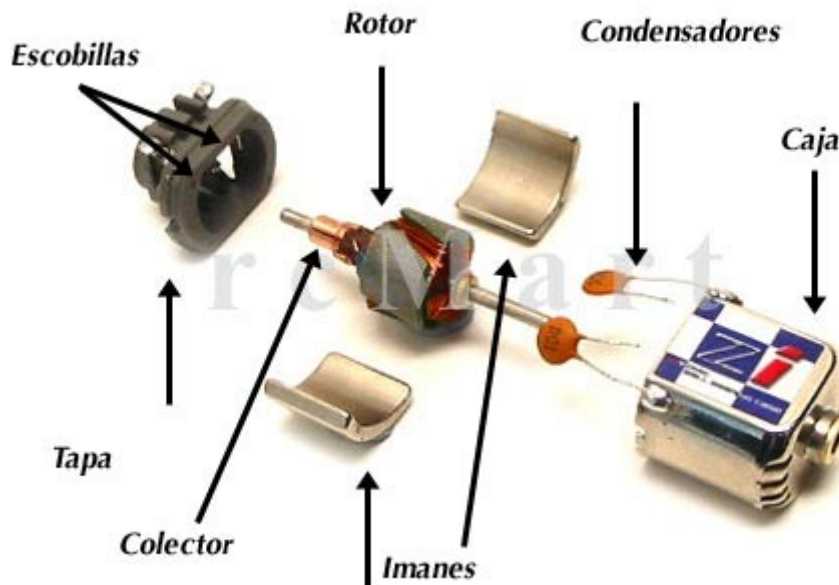
La intensidad que consume el motor dependerá de esta f.c.e.m. Si R_{ROTOR} es el valor de resistencia del cableado del rotor, esta intensidad vendrá dada por:

$$I \cdot R_{\text{ROTOR}} = V - \text{f.c.e.m.}$$

Con todo ésto, ya estamos preparados para analizar los distintos tipos de motores de corriente continua:

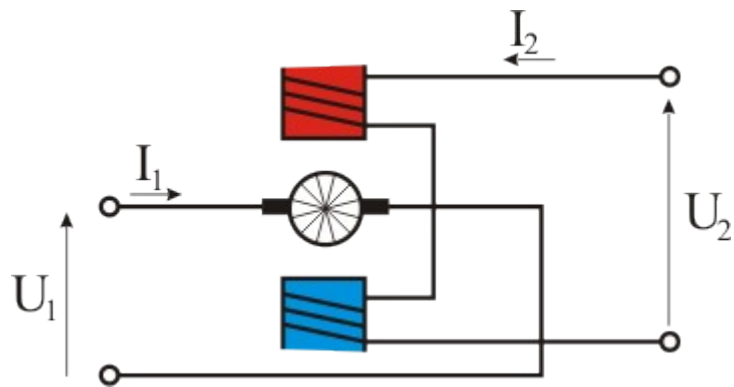
MOTOR DE IMANES PERMANENTES

En estos motores el flujo magnético es fijo y sólo se puede variar la corriente suministrada al motor. Es un motor muy barato y de giro estable, por lo que se usa en juguetes o en lectores de discos compactos y DVD.



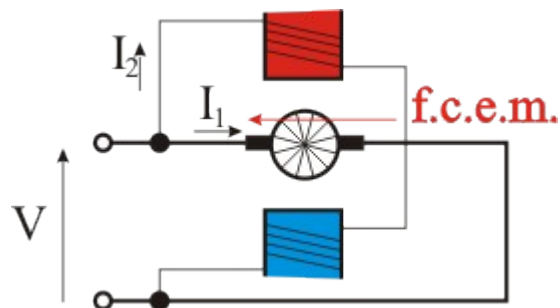
MOTOR DE EXCITACIÓN INDEPENDIENTE

En este caso, la excitación se produce mediante electroimanes, y la corriente que absorben éstos es independiente de la corriente que se de al rotor. Son motores cuya velocidad y momento se regulan bien, pero son poco frecuentes por su complicación.



MOTOR SHUNT O EN DERIVACIÓN

La excitación de estos motores está en paralelo con el circuito de alimentación del rotor.

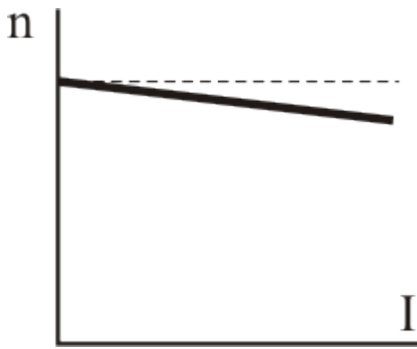


por lo tanto, cada bobinado consume una intensidad independiente, y al motor hay que suministrarle la suma de ambas:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{V - \text{f.c.e.m.}}{R_1} \\ I_2 &= \frac{V}{R_2} \end{aligned} \right\} I_{\text{TOTAL}} = I_1 + I_2$$

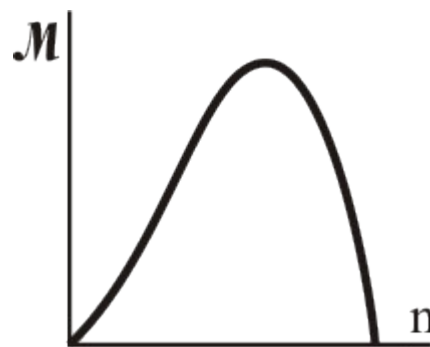
Como la corriente inductora I_2 es un valor constante, el campo magnético inductor será también constante. Esto significa que podemos operar para obtener la relación entre velocidad de giro e intensidad:

$$\left. \begin{aligned} \text{f.c.e.m.} &= V - I_1 \cdot R_1 \\ \text{f.c.e.m.} &= k' \cdot \Phi \cdot n \end{aligned} \right\} n = \frac{V - I_1 R_1}{k' \cdot \Phi} = A - B \cdot I_1$$



Esta gráfica indica que la velocidad apenas varía aunque se suministre más o menos intensidad, es decir, aunque haya alguna variación en el voltaje.

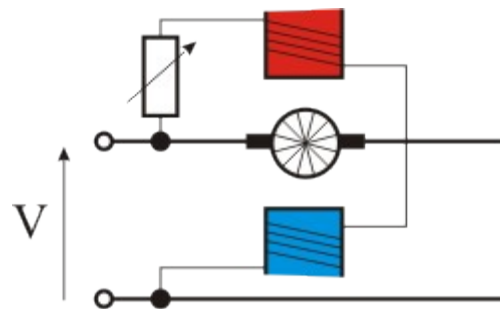
Cuando se analiza la relación entre el momento y la velocidad de giro, se obtiene la llamada curva característica del motor, que para los motores en derivación tiene este aspecto:



Esta curva indica, en primer lugar, que el motor no tiene par cuando $n=0$, es decir, en el arranque. Además, la zona de la izquierda representa unas condiciones de trabajo inestables, pues si se produce un frenado imprevisto del motor por el cual la velocidad disminuya, el par que dará el motor será menor que el que tenía y no podrá vencer la causa del frenado. Por contra, la curva de la derecha es la zona estable de funcionamiento: un frenado que reduzca la velocidad de giro produce un aumento del par para vencer la causa de frenado.

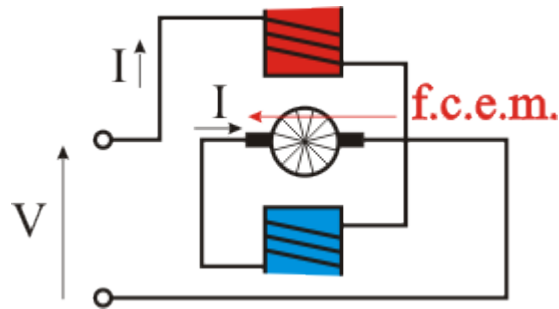
Este tipo de motores se utiliza en aplicaciones donde se requiera una velocidad muy estable, por ejemplo en las rotativas de los periódicos donde una diferencia de velocidad entre unos rodillos y otros significaría la rotura del papel.

Para su uso es necesario un sistema de embrague que desconecte mecánicamente al motor de la carga durante el arranque del mismo. Para la regulación de la velocidad se utilizan reóstatos que regulan la corriente de la excitación.



MOTOR SERIE

En estos motores la excitación está en serie con el circuito de alimentación del rotor.



La intensidad que se suministra al motor pasa por los dos bobinados, y tiene un valor:

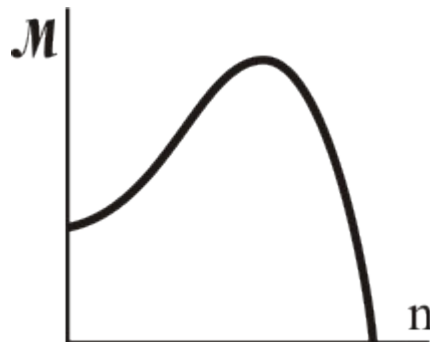
$$I = \frac{V - \text{f.c.e.m.}}{R_1 + R_2}$$

es decir, la intensidad que circula por las bobinas inductoras no es constante, y varía con la velocidad de giro, pues la f.c.e.m. también lo hace. Analizando las expresiones matemáticas:

$$\left. \begin{aligned} \text{f.c.e.m.} &= V - I \cdot (R_1 + R_2) \\ \text{f.c.e.m.} &= k' \cdot \Phi \cdot n \\ \Phi &= k'' \cdot I \end{aligned} \right\} n = \frac{V - I(R_1 + R_2)}{k''' \cdot I} = A - \frac{B}{I}$$



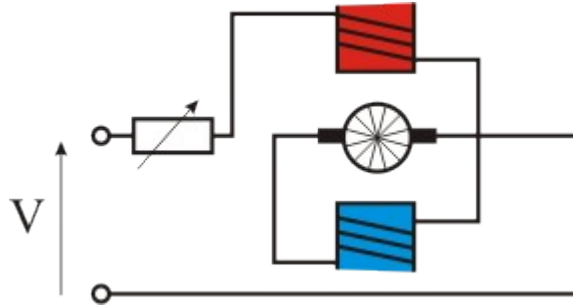
En este caso, hay una fuerte variación de velocidad de giro cuando se produce un cambio en la alimentación. Por su parte, la curva característica de momento en relación con la velocidad de giro tiene este aspecto:



La curva muestra que este tipo de motores tiene momento en el instante del arranque. Además, la zona inestable de la izquierda es menos pronunciada que en motor shunt.

Por ello, los motores serie se utilizan en aplicaciones donde se requiera un elevado par de arranque, como en ascensores o en el encendido de motores de explosión de los vehículos. También se utiliza con frecuencia en el ferrocarril suburbano.

Aunque no necesitan sistema de embrague para el arranque, a veces se le instala. Para la regulación de la velocidad de giro se instala un reóstato que también sirve para aumentar progresivamente la intensidad de arranque. Este reóstato también se puede utilizar para el frenado del motor, eliminando la corriente del rotor y haciendo funcionar al motor como una dinamo, y la corriente disiparla en dicho reóstato (o devolverla a la red de alimentación).



MOTOR COMPOUND

En este último caso, motores la excitación está en serie con el circuito de alimentación del rotor.

CÁLCULOS EN MOTORES DE CORRIENTE CONTINUA

Además de las expresiones que corresponden a cada tipo de motor, se debe tener en cuenta otra serie de ecuaciones importantes que son comunes a todos los motores:

La potencia absorbida por el motor viene dada por:

$$P_{\text{ABSORBIDA}} = V \cdot I_{\text{TOTAL}}$$

El rendimiento del motor es la relación entre la potencia útil y la potencia absorbida:

$$\eta = \frac{P_{\text{ÚTIL}}}{P_{\text{ABSORBIDA}}} \cdot 100$$

Cuando no hay otros datos, la potencia útil se suele evaluar con la expresión:

$$P_{\text{ÚTIL}} = f_{\text{cem}} \cdot I_{\text{RÓTOR}}$$

En realidad esta potencia útil es el resultado de restar a la potencia absorbida todas las potencias perdidas, que son:

- pérdidas en los conductores del inductor
- pérdidas en los conductores del inducido, denominadas, junto con las anteriores, **pérdidas en el cobre**
- **pérdidas en el hierro**, por la energía perdida en los campos magnéticos y en las corrientes que aparecen en las piezas de hierro
- **pérdidas mecánicas** por rozamientos y ventilación

y para obtener los valores de las pérdidas se suelen hacer ensayos de funcionamiento del motor en vacío, es decir, funcionando sin arrastrar nada, con lo cual las pérdidas en el inducido son despreciables, y la potencia absorbida se gasta en pérdidas en el cobre inductor ($P=I^2 \cdot R$), en el hierro y mecánicas, obteniendo así el valor de estas dos últimas, que se mantiene con el motor cargado.

MOTORES DE CORRIENTE ALTERNA

En este caso, los motores basan su funcionamiento en la obtención de un campo magnético giratorio. Dentro de este campo giratorio puede haber un electroimán, que gira a la misma velocidad que el campo. En este caso tendremos un motor síncrono.

Una segunda posibilidad es que dentro del campo haya un bobinado sometido a inducción, por lo que aparece una corriente eléctrica y, por tanto, la fuerza de Lorentz. El giro será más lento que el del campo giratorio, razón por la cual el motor se denomina asíncrono o de inducción.

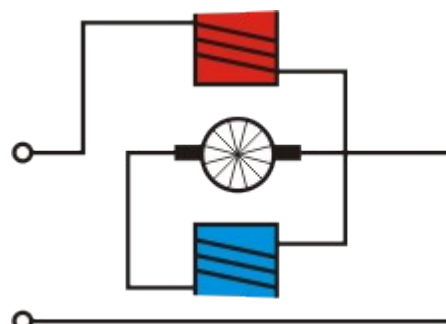
Respecto a la corriente de alimentación, tendremos motores monofásicos y motores trifásicos.

De forma similar a los motores de corriente continua, los de alterna están constituidos por una parte fija denominada estátor o inductor, dotado de las bobinas generadoras del campo magnético, y por un rotor o inducido, también llamado armadura.



MOTOR MONOFÁSICO SÍNCRONO

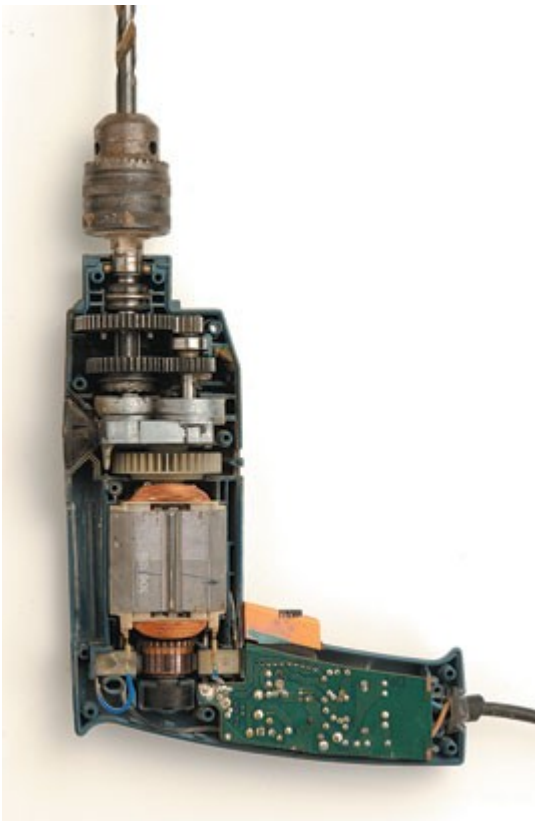
Es un motor idéntico al motor de corriente continua con excitación en serie.



Pero en corriente alterna, el funcionamiento del motor se basa en el acoplamiento de campos magnéticos que giran al unísono.

Para que se produzca este acoplamiento, el rotor tiene unas bobinas unidas a un colector formado por delgas, en serie con las bobinas del inductor. Un par de escobillas aplican la corriente al rotor.

Por lo tanto, el mismo motor puede funcionar tanto con corriente continua como con alterna. Pero, además, puede funcionar como dínamo. Por ello se le denomina **motor universal**, y es ampliamente utilizado en pequeños electrodomésticos.



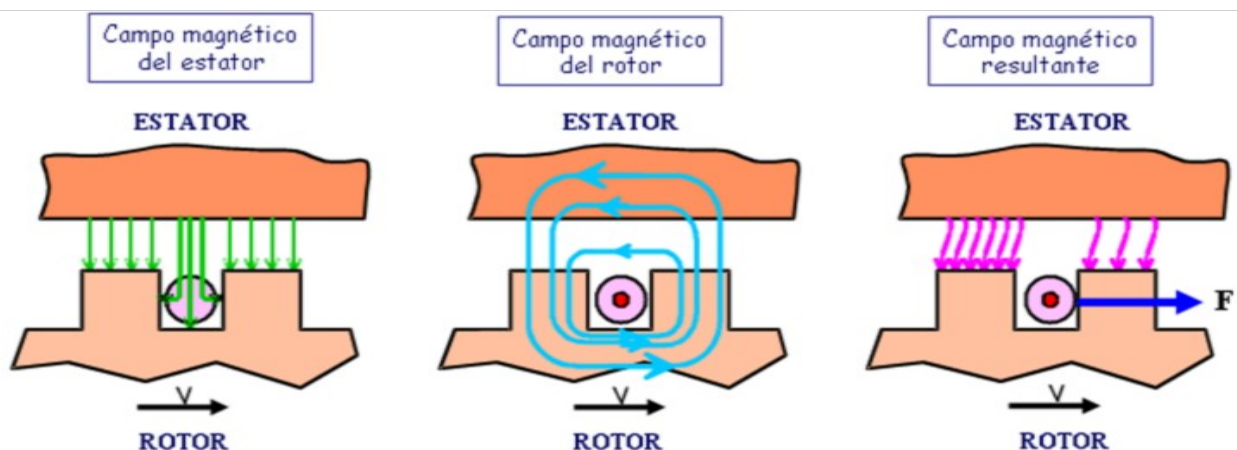
También son motores típicos de los ferrocarriles eléctricos, especialmente suburbanos.

MOTOR MONOFÁSICO ASÍNCRONO

En este tipo de motores, el estátor genera un campo magnético giratorio. Para ello, se dispone de dos pares de bobinas perpendiculares. Una de ellas se conecta directamente a la corriente alterna, generando un campo magnético oscilante. En la otra bobina se intercala un condensador cuya misión es desfasar la corriente que llega a la bobina 90° (eléctricos) respecto a la corriente de la bobina anterior, con lo cual, el campo magnético que genera esta segunda bobina estará también desfasado respecto al anterior. La composición de ambos campos es una suma de vectores y la resultante gira en el espacio, como se puede comprobar en la animación:

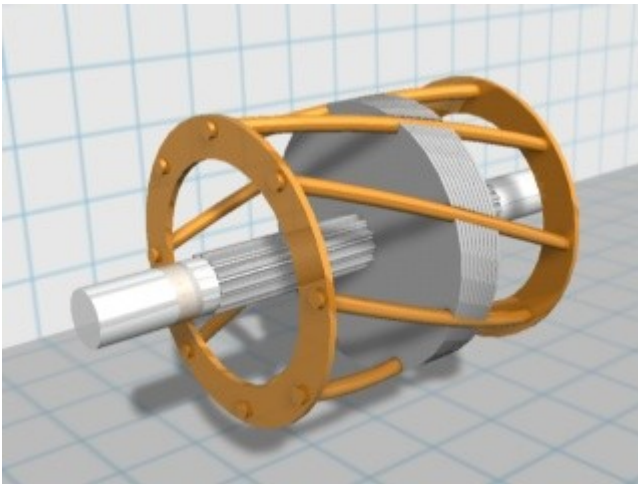
El campo magnético giratorio induce una corriente en los conductores del rotor (razón por la que al rotor se le llama también inducido) siempre que exista una variación de flujo magnético. Ésto ocurre siempre, ya que el rotor gira a menor velocidad que la velocidad de sincronismo a la que gira el campo. Y esta corriente inducida tiene los siguientes efectos:

- En primer lugar, se produce una fuerza de Lorentz sobre los conductores del rotor.
- Además, la propia corriente genera un campo magnético concéntrico respecto al cable que se suma al campo inductor, y entre los dos resulta una atracción magnética sobre la estructura de acero del rotor.



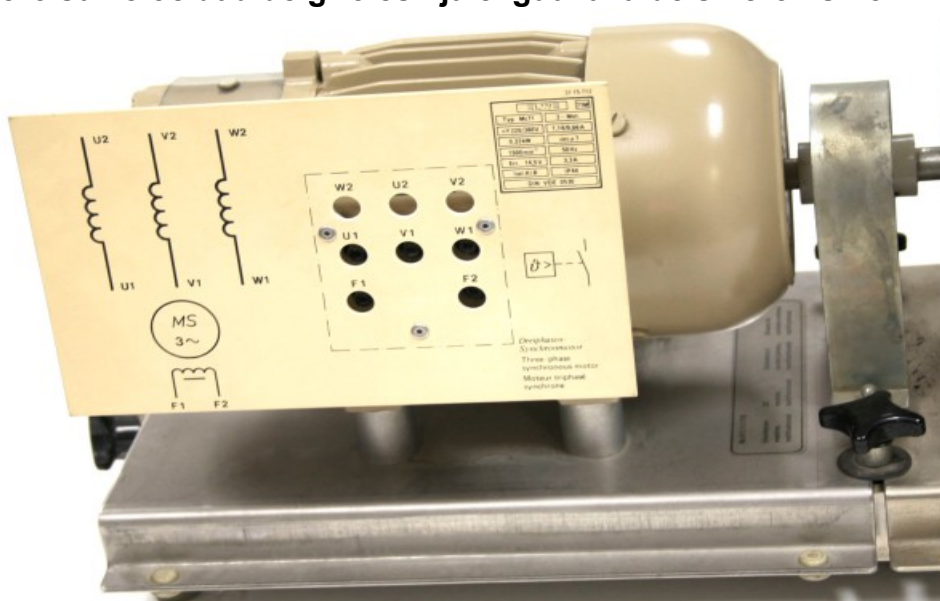
Las corrientes y fuerzas que aparecen en el inducido son tanto mayores cuanto mayor sea la velocidad relativa entre el rotor y el campo magnético. Ésto significa que los motores de inducción tendrán un elevado par de arranque y, además, cuando se sometan a alguna acción que les frene, esta disminución de velocidad de giro significa que la diferencia de velocidades aumenta, con lo cual aumenta la inducción, la fuerza de Lorentz, etc. y todo ello da como resultado que el par también aumenta, venciendo el frenado.

Para que se produzca corriente que circule libremente por el rotor, los conductores deben formar un cortocircuito, que se consigue con llamados rotores de jaula de ardilla:

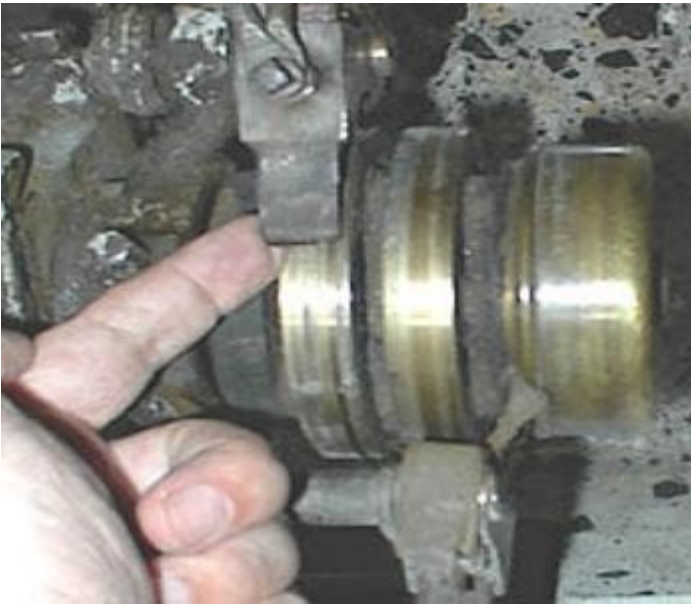


MOTOR TRIFÁSICO SÍNCRONO

De forma similar a los motores monofásicos, los motores trifásicos consiguen un campo magnético giratorio. El motor trifásico síncrono tiene un rotor constituido por un electroimán. No es un motor muy corriente por la complicación que supone alimentar el inductor con corriente alterna y el inducido con corriente continua, pero su velocidad de giro es fija e igual a la de sincronismo.



Además de las conexiones de la excitación, el motor dispone de las conexiones F1 y F2 para alimentar al rotor con corriente continua



Las dos escobillas de alimentación.

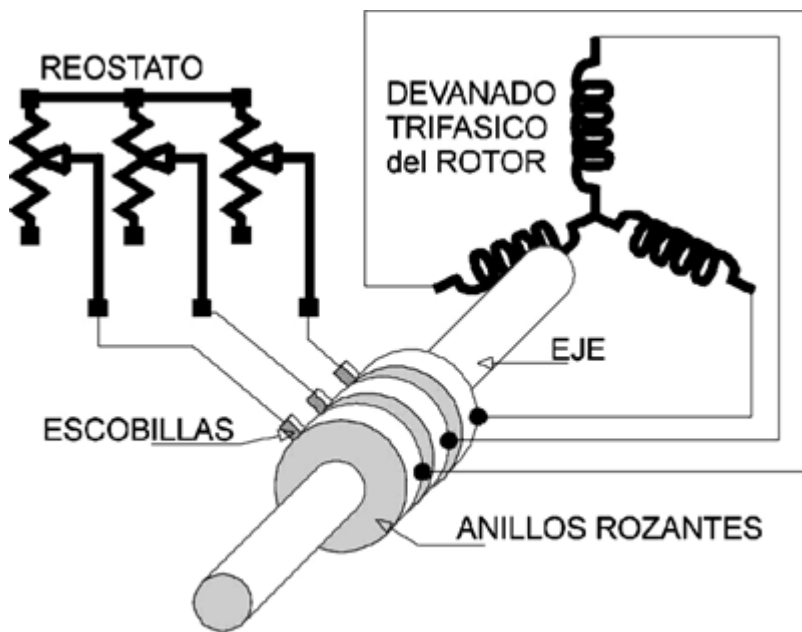
MOTOR TRIFÁSICO ASÍNCRONO

El funcionamiento de estos motores es totalmente análogo al de los motores monofásicos de inducción:

- Un campo magnético giratorio
- Inducción de corriente en el rotor por causa del campo que gira a mayor velocidad que el propio rotor
- Fuerza de Lorentz y fuerza de atracción magnética

Y el campo magnético giratorio se consigue conectando cada una de las bobinas a una línea de corriente trifásica:

El rotor o inducido suele ser de jaula de ardilla, pero también puede ser de tipo bobinado, con la ventaja de poder regular la corriente de cortocircuito mediante potenciómetros, con lo cual se regula la velocidad de giro y el par desarrollado por el motor.

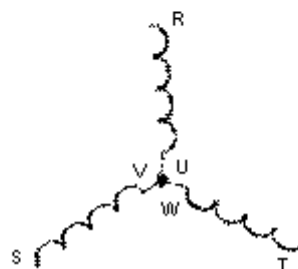
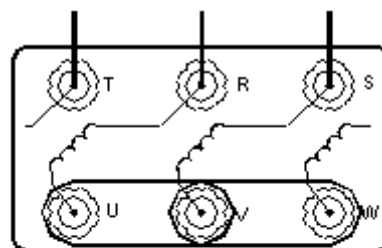
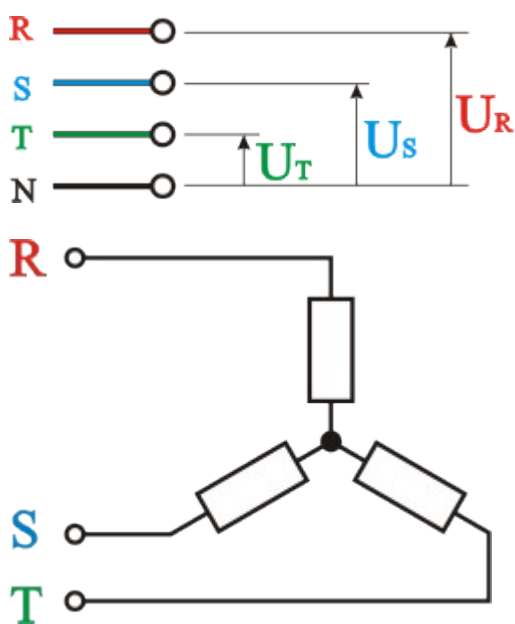


Los motores trifásicos presentan unas características especiales de utilización, ya que con los mismos tres cables de corriente se pueden realizar dos tipos de conexiones en el inductor:

Conexión en estrella:

Un extremo de las tres bobinas se junta y cada uno de los extremos libres se conecta a cada uno de los cables (si las tres bobinas son idénticas, las corrientes se compensan y no es necesario el conductor neutro). En este caso cada bobina del motor está sometida a la tensión U_R , U_S y U_T , que suele ser de 220 V, y por cada una circula una intensidad igual a la que circula por cada conductor:

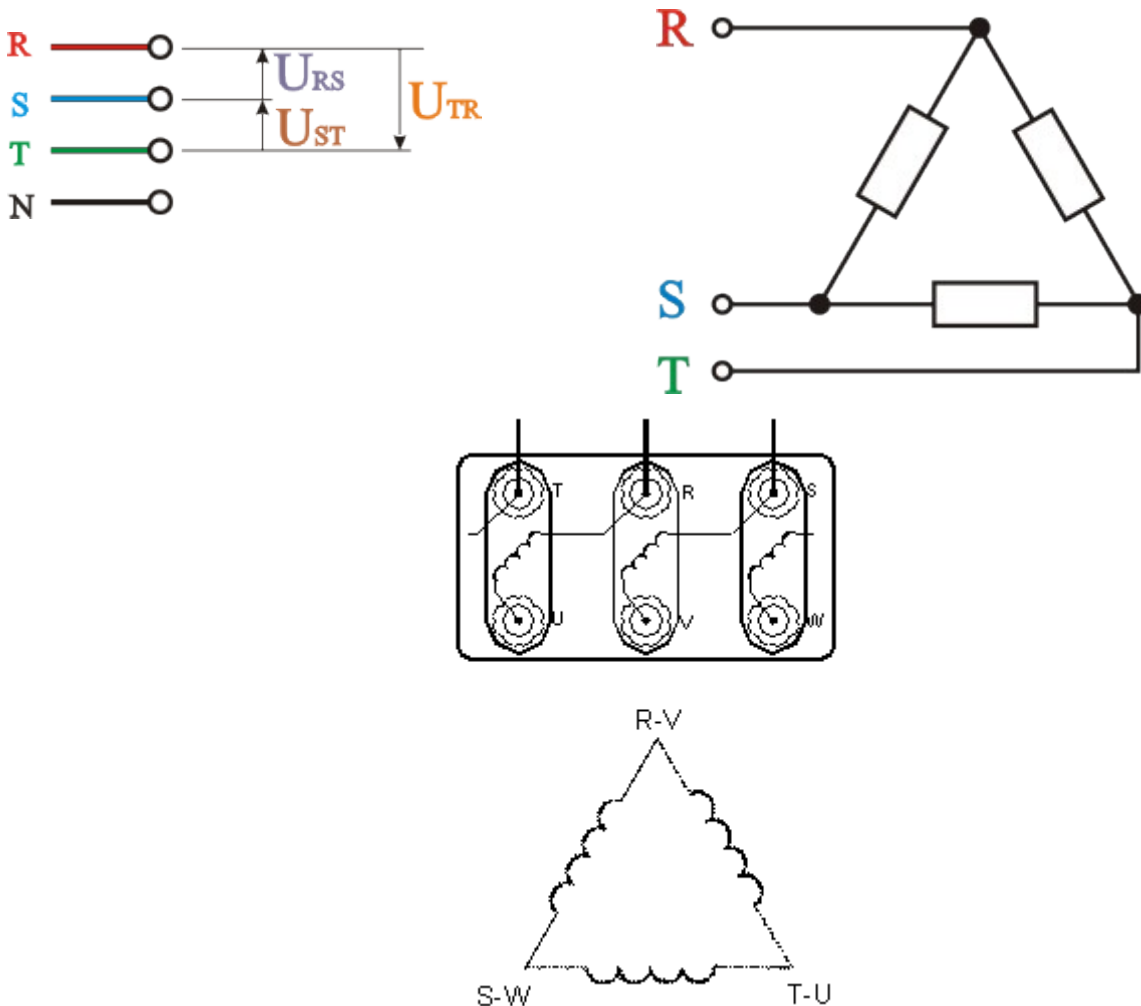
La tensión a la que está conectada cada fase del motor es la tensión de línea entre $\sqrt{3}$ (220 V)



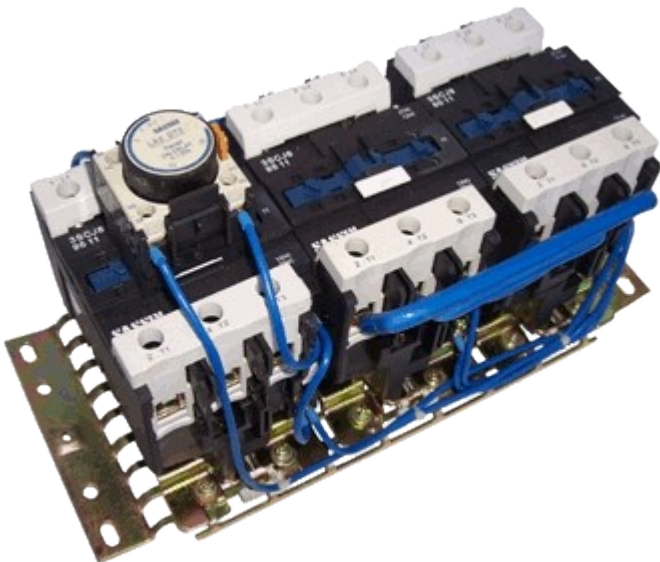
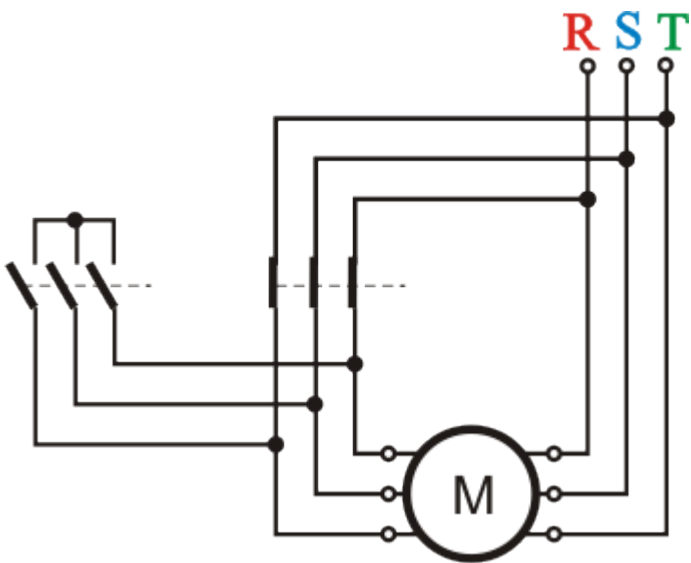
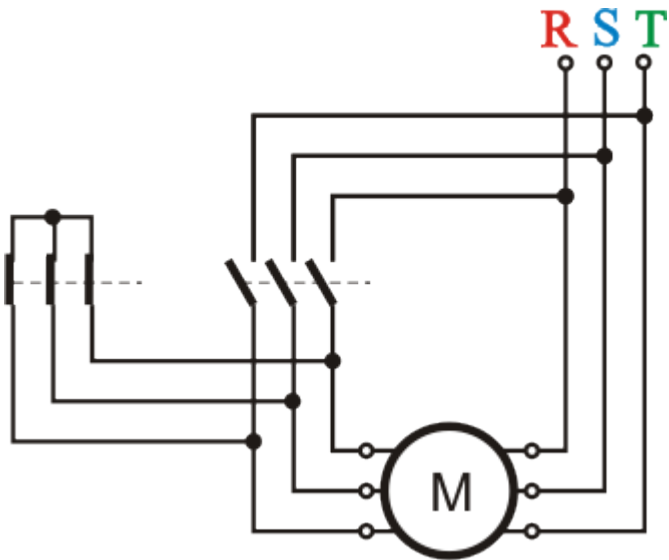
Conexión en triángulo :

Cada extremo de las tres bobinas se une al extremo de la bobina siguiente no siendo necesario el conductor neutro. En este caso cada bobina está sometida a tensión de línea, U_{RS} , U_{ST} y U_{TR} , que suele ser de 380 V. La intensidad que circula por cada bobina es inferior a la que circula por cada conductor precisamente $\sqrt{3}$ veces.

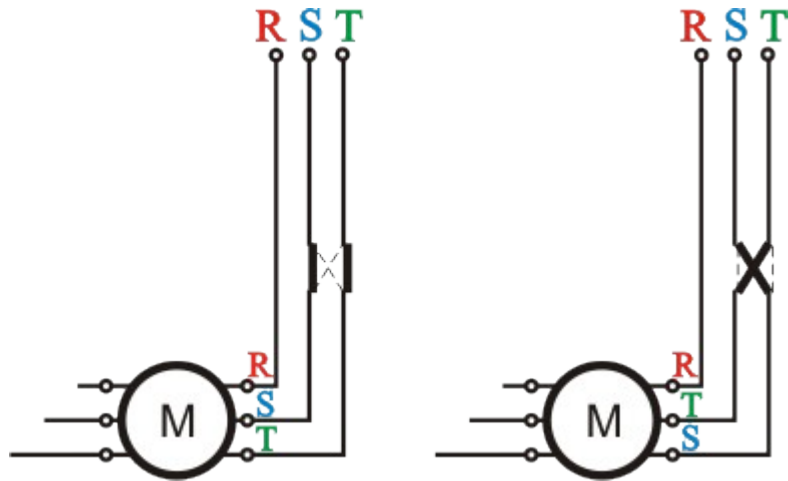
La tensión a la que está conectada cada fase del motor es la tensión de línea (380 V)



Con estas posibilidades, se puede arrancar el giro de un motor a baja tensión de 220 V mediante una conexión en triángulo, y cuando se haya establecido la f.c.e.m. propia del giro, conectar el motor en estrella a 380 V para desarrollar toda su potencia, sin alcanzar nunca intensidades elevadas. Esto se realiza de forma automática mediante un arrancador estrella-triángulo, que son dos relés accionados por un temporizador:



Otra de las ventajas de los motores trifásicos de inducción es que se puede invertir su giro sin más que conmutar dos cualesquiera de sus fases, tanto en estrella como en triángulo:



CÁLCULOS CON MOTORES DE CORRIENTE ALTERNA

El primer cálculo es la velocidad de giro del campo magnético o **velocidad síncrona**, n_s , que viene dada por la expresión:

$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p}$$

donde f es la frecuencia de la corriente y p el número de polos que tiene el motor.

Otro parámetro, básico en los motores asíncronos, es el **deslizamiento absoluto**, S , que es la diferencia entre la velocidad síncrona y la de giro del rotor, o el deslizamiento relativo, $S\%$, cociente entre el absoluto y la velocidad síncrona. Al deslizamiento relativo se le suele llamar simplemente **deslizamiento**.

$$S = n_s - n_{\text{ROTOR}} \qquad S\% = \frac{n_s - n_{\text{ROTOR}}}{n_s} \cdot 100$$

Para los cálculos con potencias eléctricas, éstas vienen dadas por el producto del voltaje aplicado y la intensidad consumida, pero hay varias diferencias:

	Motor monofásico	Motor trifásico (*)	Unidad
Potencia absorbida	$P_{\text{ABSORBIDA}} = V \cdot I$	$P_{\text{ABSORBIDA}} = \sqrt{3} \cdot V \cdot I$	VA
Potencia activa	$P_{\text{ACTIVA}} = V \cdot I \cdot \cos \varphi$	$P_{\text{ACTIVA}} = \sqrt{3} \cdot V \cdot I \cdot \cos \varphi$	W
Potencia reactiva	$P_{\text{REACTIVA}} = V \cdot I \cdot \text{sen } \varphi$	$P_{\text{REACTIVA}} = \sqrt{3} \cdot V \cdot I \cdot \text{sen } \varphi$	VAr
Potencia útil	$P_{\text{ÚTIL}} = P_{\text{ACTIVA}} \cdot \frac{\eta}{100}$ (**)		W
Pérdidas	<ul style="list-style-type: none"> • En el cobre del estátor • En los conductores del rotor • En el hierro, magnéticas y corrientes parásitas • Mecánicas 		W
Par de giro	$M = \frac{P_{\text{ÚTIL}}}{\omega} = \frac{60 \cdot P_{\text{ÚTIL}}}{2\pi \cdot n_{\text{ROTOR}}}$ (***)		N·m

(*) El voltaje es el de línea, entre cada par de dos conductores (URS, UST y UTR), y la intensidad es la que circula por cada conductor.

(**) Para el rendimiento de los motores de alterna sólo se considera la potencia activa, pues la potencia reactiva perdida en generación de campos magnéticos se intenta compensar con la instalación de condensadores en paralelo con las bobinas del motor, so pena de penalización por parte de las compañías eléctricas para factores de potencia elevados.

(***) La velocidad de giro, como siempre, puede venir dada en rad/s (ω) o en r.p.m. (n_{ROTOR}), de ahí las dos expresiones